

Počtní část 1 - 1.2.2021

1. Uvažujme funkci

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}.$$

- (a) Dokažte, že funkce f je lichá a prostá v $\mathbb{R}$.
 - (b) Označme $g(y)$ funkci inverzní k funkci $f(x)$. Najděte explicitní předpis funkce $g(y)$ a určete její definiční obor.
 - (c) Určete $g'(\frac{1}{2})$ derivováním funkce $g(y)$.
 - (d) Určete $g'(\frac{1}{2})$ použitím vzorce pro derivaci inverzní funkce.
- (6,5 bodu).

2. Vyšetřete průběh (definiční obor, spojitost, symetrie, limity v krajních bodech, derivaci (včetně jednostranných derivací a případně limit derivací v krajních bodech), monotonii, lokální a globální extrémy, obor hodnot, druhou derivaci, konvexitu, konkavitu, inflexní body, asymptoty, obrázek) funkce

$$f(x) = x + \sqrt{4 - x^2} \cdot \arccos \frac{x}{2}$$

(11,5 bodu).

Nápověda: po spočtení druhé derivace neurčujte její nulové body, místo toho ukažte, že f'' má v celém definičním oboru jednotné znaménko tak, že prozkoumáte vhodně zvolenou funkci.